V 1. Se consideră șirul 3, 10, 17, 24, ...

a) Care este al 2010-lea termen al șirului?

b) Al câtelea termen din șir este 2005?

Mihai Contanu

Soluție

a)
$$\left.\begin{aligned} 3 &= 7\cdot 1 - 4 \\ 10 &= 7\cdot 2 - 4 \\ 17 &= 7\cdot 3 - 4 \end{aligned}\right\} \text{ ---------- } 2p$$

$$\text{-- -- -- --}$$

$$14066 = 7\cdot 2010 - 4 \text{ ---------- } 2p$$

b)
$$7n - 4 = 2005 \text{ ------ } 1p$$

$$7n = 2009 \text{ ------ } 1p$$

$$n = 287 \text{ ------ } 1p$$

TOTAL --- 7p

OLM cl a V-a

2. Să se determine numărul natural n, știind că $16^n + 2^{4n+6} = 260 \cdot 4^{2011}$

Soluție.

$(2^4)^n + 2^{4n} \cdot 2^6 = 260 \cdot (2^2)^{2011}$ ---- 1p

$2^{4n} + 2^{4n} \cdot 2^6 = 260 \cdot 2^{4022}$ ---- 0,5

$2^{4n}(1+2^6) = 260 \cdot 2^{4022}$ ---- 0,5

$2^{4n}(1+64) = 260 \cdot 2^{4022}$ ---- 0,5

$2^{4n} \cdot 65 = 260 \cdot 2^{4022}$ ---- 0,5

$2^{4n} = 4 \cdot 2^{4022}$ ---- 0,5

$2^{4n} = 2^2 \cdot 2^{4022}$ ---- 0,5

$2^{4n} = 2^{4024}$ ---- 1p

$4n = 4024$ ---- 1p

$n = 1006$ ---- 1p

TOTAL -- 7p

OLM cl a V-a

3. a) Determinați cifra a astfel încât numărul $A = \overline{2a7} + \overline{a5} - 3a + 26$ să fie pătrat perfect

Ileana Turcu

Soluție:

$A = 207 + 10a + 10a + 5 - 3a + 26$ ---- 1p

$A = 17a + 238$ ---- 1p

$A = 17(a + 14)$ ---- 1p

$a = 3$ ---- 1p

TOTAL --- 4p

3.b) Să se afle restul împărțirii numărului

$n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2009 + 2011$ la 2010

Mihai Contanu

Soluție.

$2010 = 2 \cdot 1005$ ---- 1p

$n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 1005 \cdot \ldots \cdot 2009 + 2011$ --- 0,5

$n = 2010 \cdot a + 2010 + 1$ ---- 0,5

$n = 2010 \cdot (a+1) + 1$ ---- 0,5

$r = 1$ ---- 0,5

TOTAL --- 3p

OLM cl a V-a

TOTAL 3a + 3b ---- 7p.

V.4. OLM cl a V-a

ie șirul de numere naturale : $n+1, n+2, n+3, \ldots, n+2010$, unde n este un număr natural.

a) Pentru $n=2010$ arătați că suma S a elementelor șirului este divizibilă cu 1005.

b) Să se calculeze ~~suma~~ valorile posibile ale sumei resturilor obținute prin împărțirea la 4 a tuturor elementelor șirului dat.

Prof. FLORIAN GACHE.

a) $n=2010 \Rightarrow S = 2011 + 2012 + \ldots + 4020$ 1p

$S = \frac{4020 \cdot 4021}{2} - \frac{2010 \cdot 2011}{2}$ 1p

$S = 2010 \cdot 4021 - 1005 \cdot 2011 =$

$= 1005 \cdot (8042 - 2011) = 1005 \cdot 6031$ 1p

$S \,\vdots\, 1005$ 1p

b) $n \in \mathbb{N}$ poate fi de forma $4k, 4k+1, 4k+2, 4k+3$, cu $k \in \mathbb{N}$ 0,5p

I. $n=4k$, suma resturilor este: $502 \cdot (1+2+3+0) + 1+2 =$

$= 502 \cdot 6 + 3 = 3012 + 3 = 3015.$ 1p

II. $n=4k+1$, suma resturilor este: $502 \cdot (2+3+0+1) + 2+3 =$

$= 502 \cdot 6 + 5 = 3012 + 5 = 3017.$ 0,5p

III. $n=4k+2$, suma resturilor este: $502 \cdot (3+0+1+2) + 3+0 =$

$= 502 \cdot 6 + 3 = 3012 + 3 = 3015.$ 0,5p

IV. $n=4k+3$, suma resturilor este: $502 \cdot (0+1+2+3) + 0+1 =$

$= 502 \cdot 6 + 1 = 3012 + 1 = 3013.$ 0,5p

Total: .... 7p.